EL TOPILLO MATEMÁTICO

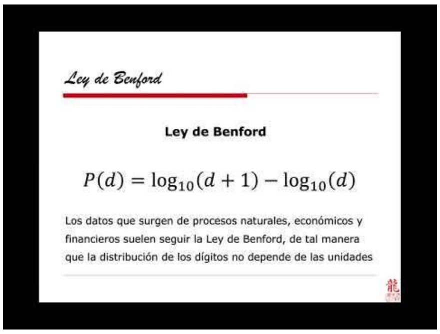
3º y 4º de E.S.O.

(Del 19 al 26 de febrero de 2024)

Resuelve el problema adjunto y entrégalo a tu profesora durante la presente semana.

5.-Impuestos y la ley de Benford

Una declaración de impuestos elaborada llega al departamento de impuestos, los datos se introducen en un ordenador, y todo suma y todo cuadra. Pero luego se ejecuta un software de detección de fraude sobre los datos, y una de las comprobaciones es determinar qué porcentaje de números en la declaración de impuestos comienzan con un 1 (en la posición de la izquierda; es decir, 1??????). Los números provienen de una variedad de fuentes y por lo tanto deben ser bastante aleatorios. Entonces, ¿cuál sería el porcentaje de números que empiezan con un dígito determinado? Bueno, hay diez dígitos, por lo que el 10% sería una estimación justa, ¿no? (100% / 10 números = 10%)



En realidad, el dígito 0 probablemente nunca debería aparecer en el lugar más a la izquierda de una cantidad natural. Así que ajustamos nuestra suposición a 100/9=11,1%, para el primer dígito situado a la izquierda. Ahora, aquí está la sorpresa. Si la declaración de la renta se ha rellenado correctamente, la Ley de Benford establece que el porcentaje esperado de números que empiezan por 1 es en realidad de un 30,1%. Y, los que empiezan por un 2 es de alrededor del 17,6%, los que empiezan por un 3 alrededor del 12,5%, etc., hasta un mero 4,6% de números que comienzan con un 9. Se aplica a muchos datos estadísticos diferentes: declaraciones de impuestos, precios de precios de las acciones, índices de población, longitudes de los ríos y muchos más. La ley fue descubierta por primera vez, no por Benford, sino hace más de cien años. Sólo recientemente que se ha dado una explicación matemática satisfactoria.

La justificación de la Ley de Benford es complicada, pero aquí hay un argumento sencillo que muestra por qué los porcentajes de cada dígito no deben ser iguales. Si hubiera porcentajes iguales sobre todos los datos fiscales, entonces estos porcentajes deberían ser invariantes de la escala.

Es decir, si los porcentajes de los dígitos son iguales, entonces la conversión de dólares a una nueva moneda debería mantener estos porcentajes sin cambios. Pero esto es imposible.

Imagínese una conversión en la que tenga que multiplicar todas las cantidades de dólares por 2.

Entonces todos los números que empiezan por 5, 6, 7, 8 o 9 se convertirían en números en números que empiezan por 1, por lo que en la nueva moneda dominarían los números que empiezan por 1. De ello se deduce que los porcentajes iguales son imposibles.

Durante mucho tiempo, la Ley de Benford se consideró una curiosidad interesante pero inútil. Sin embargo, recientemente la Ley de Benford ha encontrado muchas aplicaciones interesantes, prácticamente siempre que vale la pena comprobar si los datos han sido manipulados.

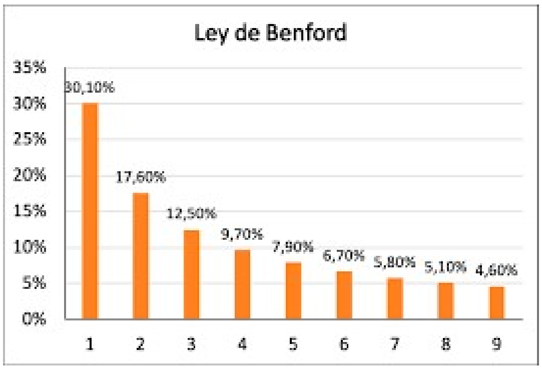
En el caso de nuestra declaración de impuestos, esto significa que si los porcentajes están lo suficientemente alejados, el recaudador de impuestos sabe que debe echar un vistazo más de cerca.

Referencia: La dificultad de falsear los datos, por Theodore P. Hill, el matemático que fue el primero en justificar la Ley de Benford (digitalcommons.calpoly.edu/rgp_rsr/22).

Problema

Los porcentajes de la ley de Benford para las posibles cifras principales son

1-30.1%, 2-17.6%, 3-12.5%, 4-9.7%, 5-7.9%, 6-6.7%, 7-5.8%, 8-5.1%, 9-4.6%.



Digamos que los dígitos principales de algunos datos fiscales se distribuyen realmente según la Ley de Benford. Ahora, como en nuestro experimento mental al final de este capítulo, vamos a multipliquemos todas las cantidades en dólares por 2. Después de esta conversión, ¿qué porcentaje de los números comenzarán con un 1?

¿Y si multiplicamos las cantidades por 3, 4 ó 5?

NOMBRE:..Curso:.....

Fecha de entrega:..............................